

1. Тожество обобщенного склеивания, определение неприводимой ДНФ, то есть ДНФ без поглощений ЭК и ее строгого расширения; критерий сокращенности ДНФ и построение сокращенной ДНФ из какой-либо ДНФ.

Опр. Тожество обобщенного склеивания: $x_1x_2 \vee \bar{x}_1x_3 = x_1x_2 \vee \bar{x}_1x_3 \vee x_2x_3$.

Опр. ДНФ $\mathfrak{A} = f(x_1, \dots, x_n) = K_1 \vee \dots \vee K_s$ называется ДНФ без поглощений ЭК, если ни одна из граней $N_{K_1}, \dots, N_{K_s}$ не содержится ни в одной из других граней покрытия $N_f = N_{K_1} \cup \dots \cup N_{K_s}$.

Опр. Расширение $\mathfrak{A}'$ ДНФ $\mathfrak{A}$ считается строгим, если $\mathfrak{A}'$ содержит ЭК, не являющуюся импликантной ни одной ЭК из $\mathfrak{A}$. Сокращенная ДНФ не имеет строгих расширений и в результате построения последовательности строгих расширений и приведения подобных из любой ДНФ можно получить ДНФ без поглощений ЭК, которая не имеет строгих расширений.

Утв. ДНФ без поглощений ЭК является сокращенной ДНФ тогда и только тогда, когда она не имеет строгих расширений.

Утв. Из любой ДНФ $\mathfrak{A}$ ФАЛ f можно получить сокращенную ДНФ этой ФАЛ в результате построения последовательных строгих расширений и приведения подобных до получения ДНФ без поглощений ЭК, не имеющей строгих расширений. Возьмем для примера в качестве ДНФ $\mathfrak{A}$ совершенную ДНФ ФАЛ голосования $H(x_1, x_2, x_3)$, которая имеет вид $\mathfrak{A}(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2x_3 \vee \bar{x}_1x_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3$. Применяя к $\mathfrak{A}$ метод Блейка, получим: $\mathfrak{A} = (x_1x_2x_3 \vee \bar{x}_1x_2x_3) \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3 = x_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3 = (x_2x_3 \vee \bar{x}_2x_1x_3) \vee x_1x_2\bar{x}_3 = x_2x_3 \vee x_1x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3 = x_2x_3 \vee (x_3x_1 \vee \bar{x}_3x_1x_2) = x_2x_3 \vee x_1x_3 \vee x_1x_2$.

2. Определение ядровой точки, ядровой грани и ядра ФАЛ, а также ее ДНФ Квайна; ДНФ пересечение тупиковых и критерий вхождения в нее простых импликант.

Опр. Набор $\alpha, \alpha \in B^n$, называется ядровой точкой ФАЛ $f(x_1, \dots, x_n)$, если $\alpha \in N_f$ и α входит только в одну максимальную грань ФАЛ f . При этом грань N_K , являющаяся максимальной гранью ФАЛ f и содержащая точку α , считается ядровой гранью ФАЛ f , а совокупность всех различных ядровых граней ФАЛ f называется ядром ФАЛ f .

Опр. Дизъюнктивная нормальная форма, получающаяся из сокращенной ДНФ ФАЛ f удалением тех ЭК K , для которых грань N_K покрывается ядром ФАЛ f , но не входит в него, называется ДНФ Квайна ФАЛ f .

Опр. ДНФ пересечение тупиковых (ДНФ $\cap T$) ФАЛ f есть дизъюнкция всех тех различных простых импликант этой ФАЛ, которые входят в любую тупиковую ДНФ ФАЛ f .

Утв. Дизъюнктивная нормальная форма $\cap T$ ФАЛ f состоит из тех простых импликант ФАЛ f , которые соответствуют ядровым граням этой ФАЛ.

3. Определение подобных формул, формул с поднятыми отрицаниями и их альтернирование; формулировка утверждения об оптимизации подобных формул по глубине.

Опр. Формулы из $\mathcal{U}^\Phi$, получающиеся друг из друга эквивалентными преобразованиями на основе тождеств $t_{\&}^K$ и $t_{\vee}^K$, а также тождеств $t_{\&}^A$ и $t_{\vee}^A$, называются подобными.

Опр. Формула, в которой все $\Phi C \neg$ встречаются только над БП, называется формулой с поднятыми отрицаниями.

Опр. Альтернирование $Alt(\mathcal{F})$ формулы $\mathcal{F}$ с поднятыми отрицаниями определяется как максимальное число изменений типов $\Phi C \&$ и $\vee$ в цепях дерева, соответствующего формуле $\mathcal{F}$.

Утв. Для любой формулы $\mathcal{F}$ с поднятыми отрицаниями из $\mathcal{U}^\Phi$ существует подобная ей формула $\check{\mathcal{F}}$ такая, что $D(\check{\mathcal{F}}) \leq [\log L(\mathcal{F}) + 1] + Alt(\mathcal{F})$.

4. Определение КС и π -схем, утверждение о моделировании формул и π -схем. Эквивалентность КС, утверждение о верхней оценке числа попарно не эквивалентных π -схем и (1, 1)-КС от БП $x_1, \dots, x_n$, имеющих сложность не больше, чем L .

Опр. Сеть Σ с входами $a'_1, \dots, a'_p$ и входами $a''_1, \dots, a''_q$, в которой все ребра (дуги) помечены переменными $x_1, \dots, x_n$ или их отрицаниями $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$, называется (p, q) -контактной схемой (КС) от БП $x_1, \dots, x_n$ и обозначается $\Sigma = \Sigma(x_1, \dots, x_n)$ или $\Sigma = \Sigma(x_1, \dots, x_n; a'_1, \dots, a'_p; a''_1, \dots, a''_q)$. Число контактов называется сложностью КС Σ и обозначается $L(\Sigma)$.

Опр. Простейшей π -схемой считается любая $(1, 1)$ -КС, которая состоит из одного контакта, соединяющего полюса. Если π -схемы Σ_1 и Σ_2 уже определены, то $(1, 1)$ -КС Σ_1 (Σ_2), которая получается в результате их параллельного (соответственно последовательного) соединения тоже является π -схемой.

Утв. Любой π -схеме Σ можно сопоставить эквивалентную ей формулу $\mathcal{F}$ из $\mathcal{U}^\Phi$ с поднятыми отрицаниями такую, что $R(\mathcal{F}) = L(\Sigma)$ и обратно.

Опр. Схемы Σ' и Σ'' считаются изоморфными, если изоморфны соответствующие им графы, и эквивалентными, если они реализуют равные системы ФАЛ. Изоморфные КС, очевидно, эквивалентны.

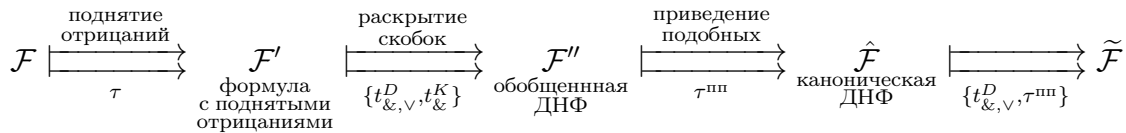
Утв. Для любых натуральных L и n выполняется неравенство $|\mathcal{U}^\pi(L, n)| \leq (12n)^L$.

Утв. Для любых натуральных L и n выполняется неравенство $|\mathcal{U}^K(L, n)| \leq (8nL)^L$.

5. Канонический вид формул базиса B_0 ; утверждение о приведении формул к каноническому виду с помощью основных тождеств и его этапы.

Опр. Обобщенной ЭК (ОЭК) называется произвольная конъюнкция букв, содержащая, в общем случае, повторяющиеся или противоположные буквы. Дизъюнкция таких конъюнкций, содержащая, в общем случае, повторяющиеся «слагаемые», называется обобщенной ДНФ (ОДНФ). Обычная ЭК (ДНФ) и формула $x_1 \cdot \bar{x}_1$ называется канонической ОЭК (канонической ОДНФ), а совершенная ДНФ и формула $x_1 \cdot \bar{x}_1$ – совершенной ОДНФ. Формула, в которой все ФС $\neg$ применяются только к БП и нет двух последовательно применяемых ФС $\neg$, называется формулой с поднятыми отрицаниями.

Утв. Любую формулу $\mathcal{F}(x_1, \dots, x_n)$, реализующую ФАЛ f , с помощью ЭП на основе системы тождеств $\tau^{\text{осн}}$ можно преобразовать в совершенную ОДНФ ФАЛ f от БП $X(n)$. Этапы доказательства:



6. Определение дизъюнктивно-универсального множества (ДУМ) ФАЛ. Построение ДУМ, связанного с разбиением единичного куба и стандартного ДУМ, пример стандартного ДУМ порядка 3 и высоты 3.

Опр. Множество ФАЛ $G, G \subseteq P_2(m)$, называется дизъюнктивно-универсальным множеством (ДУМ) порядка m и ранга p , если любая ФАЛ $g, g \in P_2(m)$, может быть представлена в виде $g = g_1 \vee \dots \vee g_p$, где $g_i \in G$ при всех $i, i = 1, \dots, p$.

Опр. Пусть $\Pi = (\pi_1, \dots, \pi_p)$ – разбиение куба B^m , и пусть для всех $i, i = 1, \dots, p$, ФАЛ $\psi_i(x_1, \dots, x_m)$ – характеристическая ФАЛ множества π_i , а $G^{(i)}$ – множество всех тех ФАЛ $g, g \in P_2(m)$, которые обращаются в 0 вне π_i . Заметим, что множество ФАЛ G вида $G = G^{(1)} \cup \dots \cup G^{(p)}$ является ДУМ порядка m и ранга p , т.к. любая ФАЛ $g, g \in P_2(m)$, может быть представлена в виде $g = g_1 \vee \dots \vee g_p$, где $g_i = \psi_i g$ и, следовательно, $g_i \in G^{(i)}$ для всех $i, i = 1, \dots, p$. Заметим также, что мощность множества $G^{(i)}, i = 1, \dots, p$ равна 2^{s_i} , где $s_i = |\pi_i|$, и что множество $G^{(i)} \cap G^{(j)}$ состоит из ФАЛ, тождественно равной 0, если

$1 \leq i < j \leq p$. Следовательно, $\lambda = |G| = \sum_{i=1}^p |G^{(i)}| - (p-1) \leq \sum_{i=1}^p 2^{s_i} \leq p 2^s$, где $s = \max_{1 \leq i \leq p} s_i$.

Указанное ДУМ G называется ДУМ, связанным с разбиением Π , компоненты разбиения – полосами ДУМ G , а ФАЛ $\psi_1 = \chi_{\delta_1}, \dots, \psi_p = \chi_{\delta_p}$ – его характеристическими ФАЛ.

Опр. Стандартным ДУМ порядка t и высоты s , где $s \leq 2^m$, называют ДУМ ранга p , $p = \lceil 2^m/s \rceil$, связанное с разбиением $\Pi = (\pi_1, \dots, \pi_p)$ куба B^m на последовательные отрезки, для которого номер любого набора из множества π_i меньше номера любого набора из множества π_j , если $i < j$, и выполнены соотношения $s_1 = s_2 = \dots = s_{p-1} = s$, $s_p = 2^m - (p-1)s \leq s$.

7. Определение сложности $L^C(f)$ ФАЛ F , функции Шеннона $L^C(n)$ и ее асимптотическое поведение. Описание структуры СФЭ, построенной для ФАЛ f по методу Лупанова.

Опр. Сложность $L^C(F)$ системы ФАЛ F относительно функционала L^C в классе $\mathcal{U}^C$ определяется как минимальное значение величины $L^C(\Sigma)$ на множестве тех схем Σ из $\mathcal{U}^C$, которые реализуют F .

Опр. Функция $L^C(n) = \max_{f \in P_2(n)} L^C(f)$ называется функцией Шеннона для класса $\mathcal{U}^C$ относительно сложности L^C .

Утв. Для любых натуральных p , t и s , где $p = \lceil \frac{2^m}{s} \rceil$, существует стандартное ДУМ G порядка t и высоты s , которое является ДУМ ранга p и для которого выполняются следующие условия: $\lambda = |G| \leq p2^s$; система из p характеристических ФАЛ $\psi_1, \dots, \psi_p$ ДУМ G обладает тем свойством, что для любой ФАЛ g , $g \in P_2(t)$, и соответствующих ФАЛ $g_1, \dots, g_p$ из G справедливо не только представление $g = g_1 \vee \dots \vee g_p$, но и $g = \psi_1 g_1 \vee \psi_2 g_2 \vee \dots \vee \psi_p g_p$.

Пусть $x' = (x_1, \dots, x_q)$, $x'' = (x_{q+1}, \dots, x_n)$ и $f_{\sigma''}(x') = f(x, \sigma'')$ для всех σ'' из B^{n-q} . Пусть, далее, Σ'' – мультиплексор порядка $(n-q)$ от адресных БП x'' и информационных БП $y = (y_0, \dots, y_{2^{n-q}-1})$, который представляет собой формулу $\mathcal{F}_{n-q}$ и реализует мультиплексорную ФАЛ $\mu_{n-q}(x'', y)$. Пусть $s \leq 2^m$ – некоторый параметр, а G – стандартное ДУМ порядка $t = q$ и высоты s , удовлетворяющее требованиям утверждения выше. Обозначим через Σ_G СФЭ, которая реализует систему ФАЛ $\vec{G}$ и представляет собой объединение схем, построенных для каждой из них. Схема Σ' содержит СФЭ Σ_G в качестве подсхемы и реализует каждую ФАЛ $f_{\sigma''}(x')$, где $\sigma'' \in B^{n-q}$, на одном из своих выходов как ФАЛ $g(x')$ вида $g = g_1 \vee \dots \vee g_p$ с помощью СФЭ из $(p-1)$ ФЭ $\vee$, входы которой присоединены к соответствующим выходам Σ_G . Искомая СФЭ Σ_f имеет вид $\Sigma_f = \Sigma''(\Sigma')$ и реализует ФАЛ f в соответствии с разложением по части переменных: $f(x', x'') = \bigvee_{\sigma''=(\sigma_{q+1}, \dots, \sigma_n)} x_{q+1}^{\sigma_{q+1}} \dots x_n^{\sigma_n} \cdot f_{\sigma''}(x')$.

Утв. Для любой ФАЛ f , $f \in P_2(n)$, существует реализующая ее СФЭ Σ_f , $\Sigma_f \in \mathcal{U}^C$, такая, что $L(\Sigma_f) \leq \frac{2^n}{n} (1 + \frac{5 \log n + O(1)}{n})$.

8. Определение t -регулярного множества наборов куба B^q , $q > t$, от БП $x_1, \dots, x_n$ и описание связанного с ним разбиения куба B^q . Формулировка утверждения о моделировании ФАЛ с помощью БП или их отрицаний на компонентах t -регулярного разбиения куба B^q , пример такого разбиения для $t = 2$ и ФАЛ $x_1 \rightarrow x_2$, $x_1 \oplus x_2$.

Опр. Множество δ , $\delta \subseteq B^q$, называется t -регулярным множеством наборов куба B^q , если $t < q$, $|\delta| = 2^m$ и все префиксы длины t наборов из δ различны. Заметим, что t -регулярному множеству δ , $\delta \subseteq B^q$, можно взаимнооднозначно сопоставить систему ФАЛ $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_{(q-t)})$ из $P_2^{q-t}(t)$ так, что набор $\alpha = (\beta, \gamma)$, где $\beta \in B^m$ и $\gamma \in B^{q-t}$, принадлежит δ тогда и только тогда, когда $\psi(\beta) = \gamma$. Заметим также, что любая ФАЛ g , $g \in P_2(q)$, совпадает на t -регулярном множестве наборов δ , $\delta \subseteq B^q$, с некоторой ФАЛ из $P_2(t)$, если рассматривать $P_2(t)$ как множество всех ФАЛ из $P_2(q)$ с несущественными БП $x_{m+1}, \dots, x_q$. При этом любая ФАЛ связанной с δ системы функций совпадает на δ с соответствующей БП куба B^q .

Утв. Для любых натуральных t , λ и $q = t + \lambda$ и для любой системы ФАЛ $g = (g_1, \dots, g_\lambda)$ из $P_2^\lambda(t)$ существует t -регулярное разбиение $\Delta = (\delta_1, \dots, \delta_{2^{q-t}})$ куба B^q такое, что любая ФАЛ g_i на любой компоненте δ_i совпадает либо с одной из БП $x_{m+1}, \dots, x_q$, либо с ее отрицанием.

9. Определение диагностического теста для таблицы; утверждение об оценках длины диагностического теста для произвольной таблицы с заданным числом столбцов и утверждение об оценке его длины для почти всех таблиц.

Опр. Множество строк матрицы M с номерами из T , $T \subseteq [1, p]$ называется тестом для $(M, \mathcal{N})$, если для любой пары (i, j) из $\mathcal{N}$ существует $t, t \in T$, такое, что $M\langle t, i \rangle \neq M\langle t, j \rangle$. В случае, если целью контроля является диагностика схемы, тест называется диагностическим.

Утв. Длина любого тупикового диагностического теста для отделимой по столбцам матрицы из множества $B^{p,s}$ заключена в пределах от $\lceil \log s \rceil$ до $(s - 1)$.

Утв. Для любой неотрицательной и неограниченно возрастающей функции $\varphi(s)$ у почти всех отделимых по столбцам матриц из $B^{p,s}$ длина минимального диагностического теста не больше, чем $2 \log s + \varphi(s)$.

10. Определение КС корректирующей p обрывов и q замыканий, сложности реализации ФАЛ в классе таких схем и соответствующей функции Шеннона, асимптотическое поведение этой функции при $(p, q) \in \{(0, 1), (1, 0)\}$. Самокоррекция в однородных подсхемах, формулировка утверждения о построении $(0, 1)$ - или $(1, 0)$ -самокорректирующихся КС на основе выделения таких подсхем.

Опр. КС Σ является (p, q) -самокорректирующейся КС или, иначе, корректирует $p \geq 0$ обрывов и $q \geq 0$ замыканий, если любая КС Σ' , которая может быть получена из КС Σ в результате обрыва не более чем p , и замыкания не более чем q , контактов, эквивалентна Σ . Через $\mathcal{U}_{(p,q)}^K$ обозначается множество всех (p, q) -самокорректирующихся КС, причем $\mathcal{U}_{(0,0)}^K = \mathcal{U}^K$.

Опр. Функция $L_{(p,q)}^K(f) = \min_{\Sigma \in \mathcal{U}_{(p,q)}^K} L(\Sigma)$ называется сложностью $L_{(p,q)}^K(f)$ реализации ФАЛ f в классе (p, q) -самокорректирующихся КС.

Опр. Функция $L_{(p,q)}(n) = \max_{f \in P_2(n)} L_{(p,q)}^K(f)$ называется функцией Шеннона реализации ФАЛ f в классе (p, q) -самокорректирующихся КС.

Утв. Для $n = 1, 2, \dots$ имеет место следующее асимптотическое равенство: $L_{(0,1)}^K(n) \sim L_{(1,0)}^K(n) \sim \frac{2^n}{n}$.

Опр. Однородной называется любая связная КС с неразделенными полюсами, состоящая из контактов одного и того же типа. В любой такой КС, состоящей из контактов вида x_i^σ , ФАЛ проводимости между любыми двумя полюсами равна x_i^σ . Отсюда следует, в частности, что любые две однородные КС, состоящие из контактов одного типа и имеющие один и тот же набор полюсов, эквивалентны. Через $C_m(x_i^\sigma)$ ($Z_m(x_i^\sigma)$) обозначается m -полюсная однородная КС, которая состоит из m контактов вида x_i^σ и представляет собой цикл, проходящий через все полюса (соответственно звезду из контактов, соединяющих ее центр с полюсами). Очевидно, что $C_m(x_i^\sigma) \in \mathcal{U}_{(1,0)}^K$ и $Z_m(x_i^\sigma) \in \mathcal{U}_{(0,1)}^K$. Представление КС Σ в виде объединения ее однородных подсхем без общих контактов называется однородным разбиением КС Σ , а минимальное число подсхем в таких разбиениях обозначается через $\zeta(\Sigma)$. Если $\Sigma_1, \dots, \Sigma_\zeta$ – однородное разбиение КС Σ , а эквивалентная ей КС Σ' (КС Σ'') получается из КС Σ в результате замены каждой подсхемы Σ_i'' эквивалентной ей КС Σ_i' вида C_m (соответственно КС Σ_i'' вида Z_m), то $\Sigma' \in \mathcal{U}_{(1,0)}^K$ (соответственно $\Sigma'' \in \mathcal{U}_{(0,1)}^K$). При этом $L(\Sigma_i') \leq L(\Sigma_i) + 1$, $L(\Sigma_i'') \leq L(\Sigma_i) + 1$ и, следовательно, $L(\Sigma_i') \leq L(\Sigma_i) + \zeta$, $L(\Sigma_i'') \leq L(\Sigma_i) + \zeta$. Указанный нетривиальный способ построения $(0, 1)$ - или $(1, 0)$ -самокорректирующихся КС, эквивалентных заданной, дает следующую оценку их сложности.

Утв. Для любой КС Σ существуют эквивалентные ей $(1, 0)$ - и $(0, 1)$ -самокорректирующиеся КС Σ' и Σ'' соответственно такие, что $L(\Sigma_i') \leq L(\Sigma_i) + \zeta(\Sigma)$, $L(\Sigma_i'') \leq L(\Sigma_i) + \zeta(\Sigma)$.